

# Dynamisches longitudinales Reifenmodell für landwirtschaftliche Reifen

*Es gibt Bestrebungen, die Fahrgeschwindigkeit moderner Traktoren auf 60 km/h oder höher zu steigern. Dabei erweisen sich besonders die an der ungefederten Hinterachse auftretenden Schwingungen als problematisch. Hier muss die gesamte Federungs- und Dämpfungsarbeit von den Reifen übernommen werden, deren Dämpfungseigenschaften eher schlecht sind. Daher können Anregungen durch Straßenunebenheiten und Reifenunrundheit, kombiniert mit nicht optimaler Abstimmung einzelner Bauteile aufeinander, zu kritischen Fahrzuständen führen. Um diese vorherzusagen zu können, werden genaue Reifenmodelle benötigt. Daher wird hier ein dynamisches longitudinales Reifenmodell vorgestellt.*

Dipl.-Ing. Bojan Ferhadbegović ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl Grundlagen der Agrartechnik (Leiter: Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. H.D. Kutzbach), Institut für Agrartechnik der Universität Hohenheim, Garbenstr. 9, 70599 Stuttgart; e-mail: ferhad@uni-hohenheim.de.  
Prof. Dr.-Ing. Dr. h.c. H.D. Kutzbach zum 65. Geburtstag gewidmet

## Schlüsselwörter

Reifenmodellierung, Fahrdynamik, Übertragungsverhalten, Mehrkörpersimulation

## Keywords

Tyre modelling, driving dynamics, transient behaviour, multibody simulation

## Literatur

Literaturhinweise sind unter LT 05222 über Internet <http://www.landwirtschaftsverlag.com/landtech/localliteratur.htm> abrufbar.

Während für Pkw-Reifen einige Modellierungsansätze breite Verwendung finden, gibt es für Traktorreifen kaum verfügbare Reifenmodelle. Da im Pkw die Radaufhängung einen großen Teil der Federungs- und Dämpfungsarbeit übernimmt, wirkt sich der Reifen weniger auf das Schwingungsverhalten des Fahrzeugs aus als bei Traktoren. Daher arbeiten diese Modelle mit Vereinfachungen, die nicht immer auf die weichen Traktorreifen übertragen werden können. Zusätzlich handelt es sich bei den meisten entweder um stationäre Modelle oder solche, die nur begrenzt das Übertragungsverhalten der Reifen wiedergeben. Aus diesen Gründen ist ihr Einsatz für die Simulation von Traktorreifen nur eingeschränkt möglich. Daher wird an der Universität Hohenheim ein halbempirisches Reifenmodell entwickelt, das in der Lage ist, das zeitliche Übertragungsverhalten der Reifen wiederzugeben.

## Modellierung der Vertikalkräfte

Das Hohenheimer Reifenmodell soll das Übertragungsverhalten dreidimensional mit einer möglichst geringen Parameteranzahl wiedergeben können. Zusätzlich sollen die verwendeten Parameter an den beiden Prüfständen der Universität Hohenheim zu ermitteln sein. Der Flachbandprüfstand [1, 2] dient dabei zur Ermittlung der vertikalen Federeigenschaften, während die Longitudinal- und Lateralparameter an der Einzelradmesseinrichtung [3, 4] ermittelt werden sollen. Bei der Berechnung der vertikalen Kräfte wird ein nichtlineares Voigt-Kelvin-Element nach Plesser [1] angenommen:

$$F_z = c_{1z} \cdot f_z^{c_{2z}} + d_{1z} \cdot \frac{1}{v^{d_{2z}}} \cdot \dot{f}_z \quad (1)$$

Dabei stellt  $F_z$  die Vertikalkraft,  $f_z$  die vertikale Einfederung und  $v$  die Fahrgeschwindigkeit dar. Die Federungsparameter  $c_{1z}$  und  $c_{2z}$  sowie die Dämpfungsparameter  $d_{1z}$  und  $d_{2z}$  können durch Ausschwingversuche am Flachbandprüfstand bestimmt werden. Da sie radlast- und geschwindigkeitsabhängig sind, müssen Ausschwingversuche bei verschiedenen Fahrgeschwindigkeiten und Radlasten durchgeführt werden. Anschlie-

ßend wird zwischen den Messwerten linearisiert.

Da die Traktorhinterachsen in der Regel ungefedert sind, werden Schwingungsanregungen durch Bodenunebenheiten und herstellungsbedingte Reifenunrundheit direkt an den Fahrzeugaufbau weitergeleitet. Deswegen Eigenfrequenz liegt in der Regel bei etwa 2 Hz. Diese wird bei einer kritischen Fahrgeschwindigkeit, je nach Reifengröße zwischen 30 und 50 km/h, durch die Reifenunrundheit angeregt. Wie Böhler zeigt [5], kann die Unrundheit gemessen und in Form einer Fourier-Reihe berücksichtigt werden. Zusätzlich berücksichtigt er die Reifenstollen und erweitert das MagicFormula-Modell von Pacejka [6].

Um den Aufwand für die Parameterermittlung zu reduzieren, wird die Reifenunrundheit im Hohenheimer Reifenmodell als eine einfache Sinusschwingung mit einer Amplitude von bis zu 5 mm überlagert, was in etwa der Fertigungstoleranz der Reifen entspricht. Da die Stollenanregung im Vergleich zu der niedrigen Traktoreigenfrequenz sehr hoch ist, beeinflusst sie das Fahrverhalten nicht entscheidend und wird daher vernachlässigt.

## Modellierung der Längskräfte

Üblicherweise wird für die Modellierung der Längskräfte der typische in *Bild 1* dargestellte Zusammenhang zwischen Schlupf  $\sigma$  und dem Triebkraftbeiwert  $\kappa = F_x/F_z$  auf Asphalt verwendet. Dabei dient der Schlupf als Eingangsgröße und der Triebkraftbeiwert als Ausgangsgröße mit der die Längskraft in Abhängigkeit von der Vertikalkraft berechnet werden kann. Das Übertragungsverhalten der Reifen in Längsrichtung kann durch Erweiterungen, wie beispielsweise die Einführung der Relaxationslänge, ebenfalls wiedergegeben werden. Mit dieser Methode ist bereits eine gute Näherung erreichbar, die oft für Simulationen der Pkw-Reifen verwendet wird. Die Traktorreifen haben jedoch ein anderes Übertragungsverhalten und können mit diesen Reifenmodellen nur eingeschränkt simuliert werden.

Im Gegensatz zu dem obigen Ansatz wird im Hohenheimer Reifenmodell davon aus-

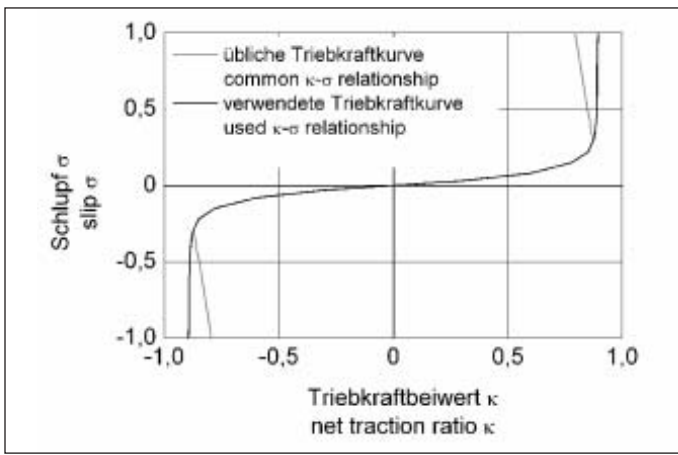


Bild 1: Übliche und im Hohenheimer Reifenmodell verwendete  $\kappa$ - $\sigma$  Beziehung

Fig. 1: Common and in the Hohenheim Tyre Model used  $\kappa$ - $\sigma$  relationship

gegangen, dass die Längskraft die Ursache für den Schlupf ist (Bild 1). Die verwendete Triebkraftkurve weicht jedoch aus mathematischen Gründen von der üblicherweise angewandten ab, so dass die Genauigkeit momentan bis etwa 30% Schlupf gewährleistet ist.

Die Berechnungen des Hohenheimer Reifenmodells basieren auf den von Clover und Bernard aufgestellten Gleichungen [7]. Sie berechnen den instationären Schlupf und verwenden diesen zur Längskraftberechnung mit Hilfe der Triebkraftbeiwertsurve. Das Hohenheimer Reifenmodell berechnet ebenfalls den instationären Schlupf, geht jedoch davon aus, dass dieser der Reifenverformung in Längsrichtung entspricht. Die für die Berechnung der Längsverformung relevanten Größen sind schematisch in Bild 2 dargestellt:

Die Verformungsgeschwindigkeit des Reifens in Längsrichtung berechnet sich wie folgt:

$$\frac{d}{dt} f_x = r_{dyn} \cdot \omega - v_{tx} - |r_{dyn} \cdot \omega| \cdot \sigma_{st} \quad (2)$$

Analog dazu wird die Längsverformung für ein gebremstes Rad errechnet:

$$\frac{d}{dt} f_x = r_{dyn} \cdot \omega - v_{tx} - |v_{tx}| \cdot \sigma_{st} \quad (3)$$

Dabei gilt:  $f_x$  - Längsverformung,  $r_{dyn}$  - Ab-

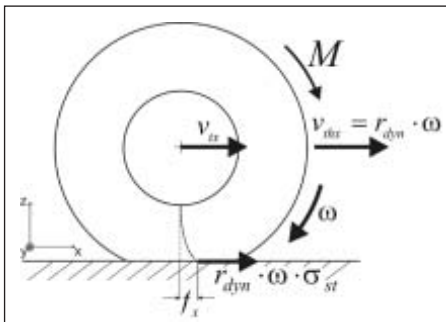


Bild 2: Angetriebenes Rad mit den relevanten Größen

Fig. 2: Driven wheel with relevant variables

rollradius nach Hersteller,  $\omega$  - Radwinkelgeschwindigkeit,  $\sigma_{st}$  - Stationärer Schlupf in Abhängigkeit von  $\kappa$ ,  $v_{tx}$  - tatsächliche Fahrgeschwindigkeit und  $v_{xth}$  - theoretische Fahrgeschwindigkeit.

Die so berechneten Verformungsgeschwindigkeiten und die daraus durch einen Integrationsschritt gewonnenen Verformungen werden zur Längskraftberechnung in ein Voigt-Kelvin-Element nach Plesser [1] eingesetzt:

$$F_x = c_{lx} \cdot f_x^{c_{2x}} + d_{lx} \cdot \frac{1}{v_{d2x}} \cdot \dot{f}_x \quad (4)$$

Wie Plesser zeigt [1], steht der Hebelarm der Radlast im Zusammenhang mit dem Bremsmoment und folglich mit der Längskraft. Vereinfachend wird daher die errechnete Verformung zu dem sich aus dem Rollwiderstandsmoment ergebenden Hebelarm der Radlast addiert, so dass sich der Gesamthebelarm der Radlast nach folgender Gleichung zusammensetzt:

$$e = r_{st} \cdot \rho + f_x \quad (5)$$

wobei  $r_{st}$  den Abstand Radnabe-Boden,  $\rho$  den Rollwiderstandsbeiwert und  $f_x$  die Reifenverformung durch die Längskraft darstellt. Der so errechnete dynamische Hebelarm der Radlast geht in das Momentengleichgewicht des Rades ein.

### Simulationsergebnisse

Die Validierung sowie Parameterermittlung des Reifenmodells sollen an den vorhandenen Prüfständen des Instituts für Agrartechnik erfolgen. Die im Folgenden verwendeten Reifenparameter wurden von Plesser am Flachbandprüfstand für ein gezogenes Rad bestimmt [1]. Die Verifizierung erfolgte sowohl an einem MKS-Modell des Flachbandprüfstandes als auch an einem vereinfachten Modell der Einzelradmesseinrichtung [4]. Bild 3 zeigt die mit der Einzelradmesseinrichtung simulierten Längskräfte beim instationären Schlupf. Dabei wird die Einzelrad-

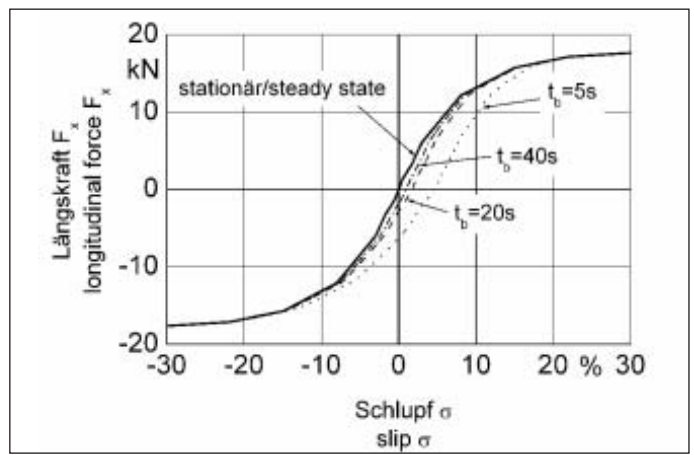


Bild 3: Simulierte Längskräfte an einem 520/70 R 34 Reifen bei instationärem Schlupf

Fig. 3: Simulated longitudinal forces on a 520/70 R 34 tyre under transient slip conditions

messeinrichtung mit konstanter Geschwindigkeit von 2 km/h bewegt, während das Messrad von -30% bis +30% Schlupf beschleunigt wird. Hierbei handelt es sich um einen Reifen der Größe 520/70 R 34 mit einem Innendruck von 0,8 bar und statischer Radlast von 20 kN. Die verwendeten Parameter sind momentan noch geschätzte Werte, die in nächster Zukunft durch Versuche überprüft werden.

Da die stationäre Triebkraftbeiwertsurve in Form eines Lookup-Tables vorgegeben ist und die fehlenden Werte durch Linearisierung gewonnen wurden, ergibt sich der etwas eckige Verlauf der stationären Längskraft. Die stationäre Triebkraftbeiwertsurve kann jedoch auch in Form einer Gleichung vorgegeben werden.

### Zusammenfassung und Ausblick

Wie bereits gezeigt, ist das Hohenheimer Reifenmodell in der Lage, das Übertragungsverhalten der Reifen tendenziell richtig darzustellen. Im Gegensatz zu den meisten empirischen Modellen werden im Hohenheimer Reifenmodell Geschwindigkeitsvektoren des Rades als Eingangsgröße verwendet, während sich der tatsächliche Schlupf ergibt. Zusätzlich werden physikalische Parameter wie die Steifigkeit und Dämpfung zur Kraftberechnung eingesetzt. Dadurch kann auf die eher schwer zu bestimmende Relaxationslänge als Eingangsparameter verzichtet werden. Da für die Fahrdynamik die Seitenkräfte von großer Bedeutung sind, wird das Hohenheimer Reifenmodell in naher Zukunft in dieser Hinsicht erweitert. Die physikalische Funktionsweise wird auch auf die Seitenkraftberechnung übertragen. Zusätzlich werden Methoden zur Parametergewinnung in Längs- aber auch in Querrichtung erarbeitet. Dabei steht eine möglichst geringe Anzahl von Parametern im Vordergrund. Ebenso soll ein zweidimensionales Hindernisüberfahrtsmodell entstehen.