

Oliver Schmittmann, Sergey Muzyschenko und Peter Schulze Lammers, Bonn

Mathematische Modellierung der Erdabscheidung in Reinigungsaggregaten von Zuckerrübenrodern

Die Gewinnung von Datenmaterial zur Erdabscheidung in Reinigungsaggregaten ist mit hohem Aufwand verbunden. Besonders in der Konzeptphase zur Konstruktion neuer Reinigungsstrecken für Roder oder Reinigungslader ist der Erdabscheidegrad eine zentrale Größe, die über das Weiterverfolgen eines Konzeptansatzes entscheidet. Die Modellierung ist hier als hilfreiche Möglichkeit anzusehen, mit der der Erfolg abgeschätzt werden kann.

Ein wesentliches Ziel beim Einsatz von Zuckerrübenerntetechnik ist die Maximierung der Erdabscheidung bei möglichst geringen Masseverlusten. Während Masseverluste zu direkten ökonomischen Nachteilen führen, sind diese beim Erdanteil oftmals indirekt: Der Abtrag fruchtbaren Ackerbodens entspricht nicht dem Ziel einer nachhaltigen Produktion. Steigende Transportkosten durch zusätzliche Erde (jährlich ~ 3 Mio. t [1]) und eine erschwerte Verarbeitung in der Fabrik sind ebenfalls anzuführen.

Dem hierdurch resultierenden Zwang einer intensiven Reinigung stehen bei modernen Erntemaschinen Nachteile bezüglich Rodekosten, Radlasten (zu hoher Bodendruck) und Platzmangel (Reinigung zu Lasten des Bunkervolumens) gegenüber.

In Bild 1 ist eine Systematisierung der für Zuckerrübenerntemaschinen üblichen Reinigungstechnik vorgenommen worden. Meist werden fördernde mit nicht fördernden Einrichtungen, die Leitfunktionen ausüben oder zur Begrenzung und als „Rübenbremse“ dienen, kombiniert. Alle Einrichtungen unterscheiden sich neben der

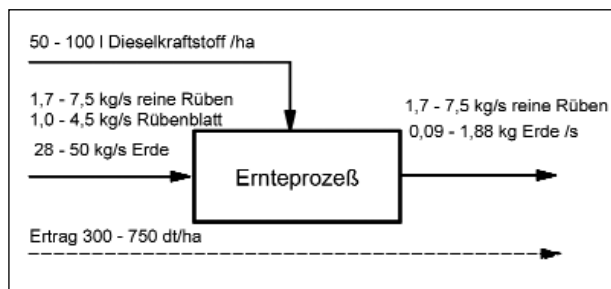


Bild 2: Massenstrommodell für die Zuckerrüben-ernte (für eine Reihe)

Fig. 2: Mass-flow modell for sugar-beet harvesting (for one row)

Wirkrichtung und Effektivität in ihrer Baugröße (Platzbedarf).

Um die Effektivität einer Reinigungsstrecke schon in der Konzeptphase einschätzen zu können, sind mathematische Modelle über deren Wirksamkeit eine sinnvolle Hilfe. Der Modellierung liegt das in Bild 2 gezeigte Massestrommodell zu Grunde.

Mathematische Abstraktion

Die Separation der Erde im Roder besteht aus Löse- und Trennvorgängen. Ist die auf die Schmutzrübe wirkende Kraft (F_{res})

Dr.agr. Oliver Schmittmann ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Landtechnik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität, Nussallee 5, 53115 Bonn; e-mail: o.schmittmann@uni-bonn.de
 Dr.-Ing. Sergey Muzychenko war ein Jahr als Stipendiat am Institut für Landtechnik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität tätig.
 Prof. Dr.-Ing. Peter Schulze Lammers leitet die Abteilung Systemtechnik in der Pflanzenproduktion am Institut für Landtechnik der Rheinischen Friedrich-Wilhelms Universität.

Schlüsselwörter

Zuckerrübenroder, Reinigungsaggregate, Erdabscheidung, Modellierung

Keywords

Sugar beet harvesters, cleaning aggregates, soil separation, modelling

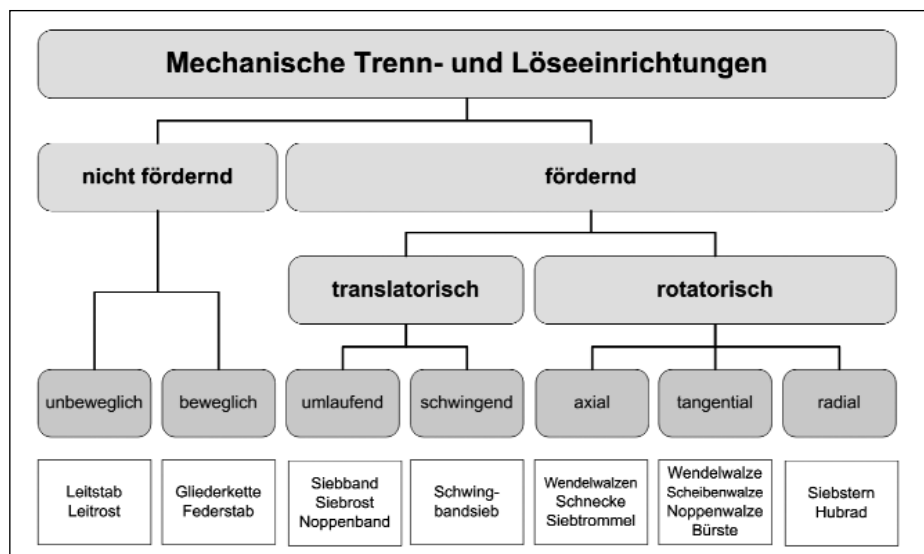


Bild 1: Systematik der Reinigungseinrichtungen in der Zuckerrübenertekette

Fig. 1: Overview of cleaning devices for sugar-beet harvesting

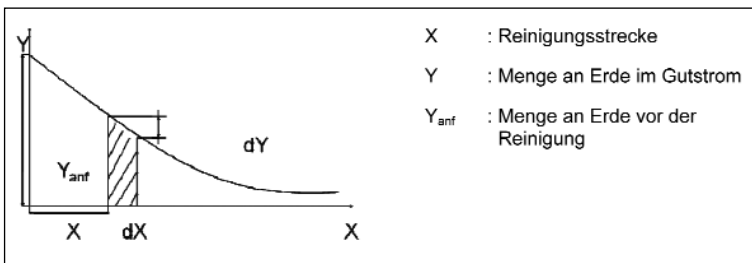


Fig. 3: Modell der separation

Bild 3: Darstellung des basierenden Modells der Erdscheidung

größer als die Adhäsions- und Kohäsionskraft (F_A ; F_K), sind die Bedingungen für eine Separation erfüllt. In der Realität ist diese Kraft aber nicht eindeutig zu bestimmen. Die Separation wird also mehr von Wahrscheinlichkeitsprozessen bestimmt. Hier bietet sich beispielsweise der BÜFFON-Test (Nadeltest) an, bei dem die gesamte Reinigungsstrecke als eine Summe von Einzelsieben angesehen wird. In dem hier angewendeten Modell wird davon ausgegangen, dass der Abscheidungsgrad von Erde mit steigender Reinigungsstreckenlänge abnimmt (Bild 3).

Der abgebildete Verlauf, der die Menge der im Gutstrom enthaltenen Erde (Y) während der Reinigungsstrecke X darstellt, kann durch einen Polynom n -ten Grades beschrieben werden. Die Zielgröße – der Abscheidungsgrad – wird durch Ableitung ermittelt. Es gilt:

$$\frac{dY}{dX} = a_1 + a_2 Y + a_3 Y^2 + \dots + a_n Y^{n-1} \quad (1)$$

vereinfacht durch lineare Approximation entsteht:

$$\frac{dY}{dX} = a_1 - a_2 Y \quad (2)$$

Die Menge der abgeschiedenen Erde entspricht der Fläche zwischen der Kurve und der Abszisse. Es gilt:

$$\ln|a_2 Y - a_1|_{Y_{anf}}^Y = -a_2 X \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow \frac{a_2 Y - a_1}{a_2 Y_{anf} - a_1} = e^{-a_2 X} \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow Y = Y_{anf} e^{-a_2 X} + \frac{a_1}{a_2} (1 - e^{-a_2 X}) \quad (5)$$

a_1 , der Schnittpunkt durch die Ordinate, a_2 beschreibt die Steigung der Funktion und wird als Separationskoeffizient μ bezeichnet, X entspricht der Länge der Reinigungsstrecke (L). Somit lautet die Formel zur Bestimmung der Menge Erde nach der Reinigung:

$$Y_{end} = Y_{anf} e^{-\mu L} \quad (6)$$

Aus dieser allgemeinen Formel lassen sich mehrere Kenngrößen ableiten: der Abscheidungsgrad η :

$$\eta = \frac{Y_{end}}{Y_{anf}} = e^{-\mu L} \quad (7)$$

die Länge der Reinigungsstrecke, die zur Abreinigung auf einen gewünschten Erdanteil notwendig ist:

$$L = \frac{|\ln \eta|}{\mu} \quad (8)$$

der Separationskoeffizient:

$$\mu = \frac{|\ln \eta|}{L} \quad (9)$$

Präzisierung des Modells für Siebsterne

Eine geeignete Größe, die die Effektivität eines Reinigungsprinzips beschreibt, ist der Separationskoeffizient. Im allgemeinen Modell ist die Länge der Reinigungsstrecke der einzige beeinflussende Faktor.

Bei Siebsterne muss zusätzlich die resultierende Beschleunigung a_{res} , die Bodenart B_{art} , der Bodenwassergehalt w_e und ein Größenbeiwert k berücksichtigt werden. Die Stärke der Beeinflussung wird durch Potenzfaktoren beschrieben, welche experimentell ermittelt werden müssen. Somit ergibt sich für Siebsterne folgende Gleichung für den charakterisierenden Separationskoeffizienten:

$$\mu_s = \frac{|\ln \eta_s|}{L(a_{res})^b \cdot k \cdot w_e^\beta \cdot B_{art}^\lambda} \quad (10)$$

Die resultierende Kraft, die auf die Schmutzrube wirkt, wird bestimmt durch die Schwerkraft g , den Neigungswinkel α , den Reibungswinkel φ_s , den Siebsterne radius r und die Umfangsgeschwindigkeit u . Bei waagrecht laufenden Siebsterne errechnet sich die Zentrifugalbeschleunigung nach der Formel:

$$a_{res} = a_z = \frac{u^2}{r} \quad (11)$$

die theoretische Reinigungsstrecke beträgt

$$L = \varphi_s r \quad (12)$$

So errechnet sich die Zentrifugalbeschleunigung wie folgt:

$$a_{res} = \frac{u^2}{r} - g \sin \alpha \left| \frac{\sin(\varphi_s)}{\varphi_s} \right| \quad (13)$$

Experimentelle Ermittlung des Separationskoeffizienten

Zur Anpassung des Modells sind Daten aus im Institut durchgeführten Versuchen [1, 3] als Grundlage verwendet worden. In einem Reinigungslader mit einem Siebsterne wurden unter definierten Einstellungen Rüben mit einem Anfangserdanteil von 6 % gereinigt. Der erzielte Erdanteil betrug nach der Reinigung 4,7 % (Bild 4).

Der ermittelte Separationskoeffizient beträgt 0,03467 s/m. Er gilt für alle Siebsterne.

Evaluierung des mathematischen Modells

Zur Überprüfung wird das Modell mit den Ergebnissen verglichen, die mit einer Siebsterne Kombination gewonnen wurden. Alle drei Siebsterne besaßen einen Durchmesser von 70 cm, die Umschlingungswinkel betragen 220°, 290° und 310°. Der anfängliche Erdanteil der Rüben betrug 13,5 %. In diesem Versuch, bei dem der Einfluss der Siebsterne Drehzahl auf die Reinigungswirkung untersucht werden sollte, wurden Umfangsgeschwindigkeiten von 2,9, 4,4, 5,9 und 7,4 m/s gewählt. Zur Modellierung wurde der Separationskoeffizient von 0,03467 übernommen. Der Vergleich zwischen dem tatsächlichen und dem errechneten Erdanteil ist in Tabelle 1 dargestellt.

Tab. 1: Vergleich der tatsächlichen und errechneten Erdscheidung in einem Siebsterne

Table 1: Real and calculated soil separation with a sieve star

Umfangsgeschwindigkeit (m/s)	tatsächlicher Erdanteil (%)	errechneter Erdanteil (%)
2,9	6,7	6,7
4,4	5,9	5,9
5,9	5,2	5,3
7,4	4,8	4,8

Wie zu erwarten war, sinkt der Erdanteil mit steigender Umfangsgeschwindigkeit unterproportional. Bis auf einen Wert, bei dem eine Differenz von 0,1 Prozentpunkten besteht, entsprechen die berechneten auch den realen Werten.

Bei einem ähnlich angelegten Versuch mit einem Siebsterne traten Unterschiede von bis

Vorgegeben:	Modellierung:	4
Siebsterne radius $r = 1,75 \text{ m}$ Umschlingungswinkel $\alpha = 270^\circ = 3\pi/2$ Umfangsgeschwindigkeit $u = 2,0 \text{ m/s}$ Erdanteil ungereinigt $Y_{anf} = 6\% = 0,060$ Erdanteil gereinigt $Y_{end} = 4,7\% = 0,047$	$\mu_s = \frac{ \ln \frac{0,047}{0,060} }{1,75 \cdot \frac{3\pi}{2} \cdot \left(\frac{(2,0)^2}{1,75}\right)^{0,24}} = 0,03467$	

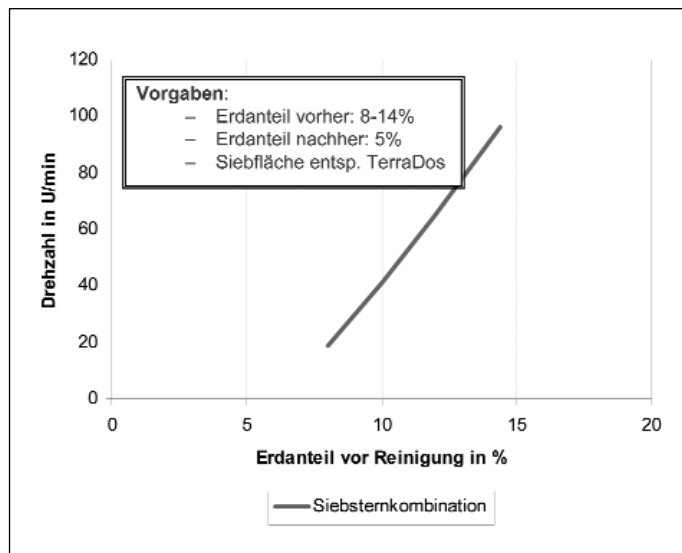


Bild 5: Erdabscheidung versus Siebsterndrehzahl

Fig. 5: Soil separation versus sieve rotation speed

zu 0,3 Prozentpunkten auf. Das entwickelte mathematische Modell zeigte somit bei den zur Verfügung stehenden Daten eine gute Anpassung an reale Bedingungen.

Anwendung des mathematischen Modells zur Bestimmung der optimalen Siebsterneinstellung

Die optimale Siebsterneinstellung ist immer ein Kompromiss aus Reinigungsleistung und Rübenmasseverlusten. Beide Kriterien beeinflussen sich negativ. Daher ist es sinnvoll, die Siebsterndrehzahl nicht zu hoch zu wählen. In Bild 5 ist die Siebsterndrehzahl angegeben, die nötig ist, um Zuckerrüben auf einen Erdanteil von 5 % abzureinigen. Dem zu Folge wird eine Siebsterndrehzahl von 40 min^{-1} benötigt, um den Erdanteil von 10 % auf 5 % zu reduzieren.

Anwendung des mathematischen Modells zur Bestimmung der notwendigen Siebsterneinstellung

Bei der Konzeption von Reinigungssystemen spielen sowohl Kosten als auch konstruktionsbedingte Aspekte eine bedeutende Rolle. So sind zudem in Rübenrodern oftmals Kombinationen aus verschiedenen Reinigungsaggregaten zu finden. Verglichen sind in Bild 6 ein Einzelsiebsterne und eine Siebsterne-Kombination. Bei gegebenen Parametern wie Winkelgeschwindigkeit wird deutlich, dass bei einer Siebsterne-Kombination 10 m^2 Siebfläche notwendig sind, um Zuckerrüben von 20% auf einen Erdanteil von 5% zu reinigen. Bei einem Einzelsiebsterne sind für die gleiche Leistung 17 m^2 notwendig.

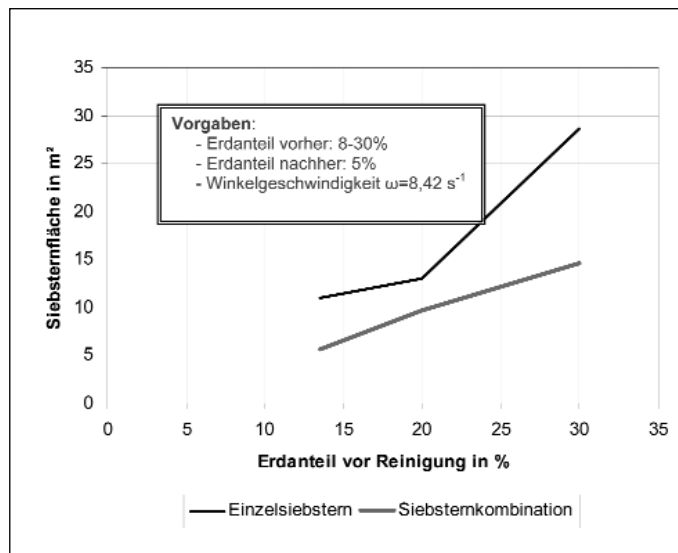


Bild 6: Erdabscheidung versus Siebsternefläche

Fig. 6: Soil separation versus sieve surface

Fazit

Ein mathematisches Modell zur Vorhersage der Erdabscheidung in Siebsternen wurde entwickelt. Kern dieses Modells ist der Separationskoeffizient. Über einen allgemeingültigen, theoretisch hergeleiteten Ansatz wurden Kenngrößen beschrieben, die zu einer Spezifizierung des Modells für Siebsterne geführt haben.

Zur Bestimmung des Separationskoeffizienten wurde auf experimentelle Untersuchungen zurückgegriffen, mit denen der Einfluss der Siebsterneparameter auf die Reinigungsleistung beurteilt werden konnte. Die Überprüfung des Modells ergab einen guten Zusammenhang zwischen tatsächlicher und errechneter Erdabscheidung.

Die Zielsetzung, eine Hilfe zur Optimierung der Einstellung und Konzeption von Siebsternen zu entwickeln, ist erfüllt worden. Sowohl Einstellungen wie Drehzahl und Neigungswinkel als auch die für die Konzeption / Konstruktion notwendige Auslegung wie Siebsterneanzahl und -größe können im Vorfeld mit einer hohen Güte vorhergesagt werden.

Indirekt kann durch das entwickelte Modell auch die Leistung eines zusätzlich eingebauten Reinigungswerkzeugs abgeschätzt werden. Diese ergibt sich dann durch Differenzbildung der tatsächlichen Erdabscheidung des Siebsterns und des zusätzlichen Systems und der theoretisch berechneten Erdabscheidung in den Siebsternen.

Bestimmte Einflussfaktoren wie Bodenart und -feuchte sind im spezifizierten Modell integriert. Aufgrund der zu geringen Datengrundlage kann zurzeit jedoch keine exakte

Aussage über deren Bedeutung gemacht werden.

Aufgrund der positiven Ergebnisse scheint die Modellbildung für andere Reinigungssysteme (Siebbänder, Wendelwalzen, ...) lohnenswert zu sein. Bei allen Reinigungseinrichtungen muss ein Kompromiss zwischen gesteigerter Reinigungsleistung und verringerter Rübenbeschädigung gefunden werden. Deshalb erscheint es sinnvoll, Oberflächenbeschädigungen und Bruchverluste in Förder- und Reinigungseinrichtungen zu modellieren.

Literatur

Bücher sind mit • gezeichnet

- [1] • Degen, P.: Untersuchungen zur Wirkungsweise mechanischer Löse- und Trennwerkzeuge bei Mehrstoffaufwerken aus Wurzelfrüchten am Beispiel der Zuckerrüben-Erdabtrennung. Dissertation, Bonn; Fortschritt-Berichte VDI Reihe 14, Nr.97, VDI-Verlag, Düsseldorf, 2000
- [2] • Schmittmann, O.: Einzelrübenbezogene Ertragsmessung reiner Zuckerrüben in Echtzeit unter besonderer Berücksichtigung der Einzelrübenmasse. Dissertation, Bonn, VDI-MEG Forschungsbericht Agrartechnik Heft Nr. 401, Bonn, 2002
- [3] • Hien, S.: Untersuchungen zur Verringerung des Erdanteils von Zuckerrüben durch den Einsatz von Rübenreinigungsladern. Dissertation, Bonn, VDI-MEG Forschungsbericht Agrartechnik Heft Nr. 276, Bonn, 1995
- [4] Töpfer, H. (Hrsg.): Das Buffon-Nadelproblem (1777). In: Praxis der Mathematik, 22 (1980), S. 6